



14

LATIHAN SOAL-SOAL DAN PENYESELASAIANNYA DENGAN SPSS



REGRESI LINIER BERGANDA (CONTOH 1)

Berikut adalah data Volume Penjualan (juta unit) Mobil dihubungkan dengan variabel biaya promosi (X_1 dalam juta rupiah/tahun) dan variabel biaya penambahan asesoris (X_2 dalam ratusan ribu rupiah/unit).

X_1	X_2	y	$X_1 X_2$	$X_1 y$	$X_2 y$	X_1^2	X_2^2	y^2
2	3	4	6	8	12	4	9	16
3	4	5	12	15	20	9	16	25
5	6	8	30	40	48	25	36	64
6	8	10	48	60	80	36	64	100
7	9	11	63	77	99	49	81	121
8	10	12	80	96	120	64	100	144

$$\sum X_1 = 31 \quad \sum X_2 = 40 \quad \sum y = 50 \quad \sum X_1 X_2 = 239 \quad \sum X_1 y = 296 \quad \sum X_2 y = 379 \quad \sum X_1^2 = 187 \quad \sum X_2^2 = 306 \quad \sum y^2 = 470$$

Tetapkan Persamaan Regresi Linier Berganda $Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2$

REGRESI LINIER BERGANDA

Masukkan notasi-notasi ini dalam ketiga persamaan normal,

$$(i) \quad n a + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$(ii) \quad a \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} x_{1i} = \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i$$

$$(iii) \quad a \sum_{i=1}^n x_{2i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{2i} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^n x_{2i} y_i$$

Sehingga didapatkan tiga persamaan berikut:

$$(i) \quad 6a + 31 b_1 + 40 b_2 = 50$$

$$(ii) \quad 31 a + 187 b_1 + 239 b_2 = 296$$

$$(iii) \quad 40 a + 239 b_1 + 306 b_2 = 379$$

REGRESI LINIER BERGANDA

Lakukan Eliminasi, untuk menghilangkan (a)

$$\begin{array}{r}
 \text{(ii)} \quad 31 a \quad + \quad 187 b_1 \quad + \quad 239 b_2 \quad = \quad 296 \quad \times 6 \\
 \text{(i)} \quad \quad 6a \quad + \quad 31 b_1 \quad + \quad 40 b_2 \quad = \quad 50 \quad \times 31
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(ii)} \quad \cancel{-189 a} \quad + \quad 1122 b_1 \quad + \quad 1434 b_2 \quad = \quad 1776 \\
 \text{(i)} \quad \cancel{-189 a} \quad + \quad 961 b_1 \quad + \quad 1240 b_2 \quad = \quad 1550
 \end{array}$$

$$\text{(iv)} \quad 161b_1 \quad + \quad 194 b_2 \quad = \quad 226$$

Lalu

$$\begin{array}{r}
 \text{(iii)} \quad 40 a \quad + \quad 239 b_1 \quad + \quad 306 b_2 \quad = \quad 379 \quad \times 6 \\
 \text{(i)} \quad \quad 6a \quad + \quad 31 b_1 \quad + \quad 40 b_2 \quad = \quad 50 \quad \times 40
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(iii)} \quad \cancel{-240 a} \quad + \quad 1434 b_1 \quad + \quad 1836 b_2 \quad = \quad 2274 \\
 \text{(i)} \quad \cancel{-240 a} \quad + \quad 1240 b_1 \quad + \quad 1600 b_2 \quad = \quad 2000
 \end{array}$$

$$\text{(v)} \quad 194 b_1 \quad + \quad 236 b_2 \quad = \quad 274$$

REGRESI LINIER BERGANDA

Selanjutnya, eliminasi (b_1) dan dapatkan nilai (b_2)

$$\begin{array}{rclclcl}
 \text{(v)} & 194 & b_1 & + & 236 & b_2 & = & 274 & \times & 161 \\
 \text{(iv)} & 161 & b_1 & + & 194 & b_2 & = & 226 & \times & 194 \\
 \\
 \text{(v)} & \cancel{31234} & \cancel{b_1} & + & 37996 & b_2 & = & 44114 & & \\
 \text{(iv)} & \cancel{31234} & \cancel{b_1} & + & 37636 & b_2 & = & 43844 & & \\
 \hline
 & & & & 360 & b_2 & = & 270 & & \\
 & & & & & b_2 & = & 0.75 & &
 \end{array}$$

Dapatkan Nilai (b_1) dan nilai (a) dengan melakukan substitusi, sehingga:

$$\text{(v)} \quad 194 b_1 + 236 b_2 = 274$$

Perhatikan $b_2 = 0.75$

$$\begin{array}{rclclcl}
 194 & b_1 & + & 236 (0.75) & = & 274 \\
 194 & b_1 & + & 177 & = & 274 \\
 & & & & & 194 b_1 = 97 \\
 & & & & & b_1 = 0.50
 \end{array}$$

Perhatikan $b_1 = 0.50$ dan $b_2 = 0.75$

$$\begin{array}{rclclcl}
 6a & + & 31(0.50) & + & 40 (0.75) & = & 50 \\
 6a & + & 15.5 & + & 30 & = & 50 \\
 & & & & 6a & = & 4.5 \\
 & & & & a & = & 0.75
 \end{array}$$

REGRESI LINIER BERGANDA

Didapat nilai masing-masing a, b₁ dan b₂

$$a = 0,95 \quad b_1 = 0,5 \quad b_2 = 0,75,$$

Sehingga Persamaan Regresi Berganda

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2$$

$$Y = 0.75 + 0.50 X_1 + 0.75 X_2$$

KORELASI LINIER BERGANDA (CONTOH)

- Nilai $R^2_{y.12} = 99.53\%$ menunjukkan bahwa 99.53% proporsi keragaman nilai peubah Y (volume penjualan) dapat dijelaskan oleh nilai peubah X_1 (biaya promosi) dan X_2 (biaya aksesoris) melalui hubungan linier.
- Sisanya sebesar 0.47% dijelaskan oleh hal-hal lain.

REGRESI LINIER BERGANDA (CONTOH 1, SPSS)

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.998 ^a	.995	.992	.28868

a. Predictors: (Constant), Asesoris, Promosi

Korelasi (r) = 0,998
R² = 0,995

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	53.083	2	26.542	318.500	.000 ^b
	Residual	.250	3	.083		
	Total	53.333	5			

a. Dependent Variable: Penjualan

b. Predictors: (Constant), Asesoris, Promosi

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	.750	.375		2.002	.139
	Promosi	.500	.573	.355	.873	.447
	Asesoris	.750	.473	.644	1.586	.211

a. Dependent Variable: Penjualan

$$Y = 0,75 + 0,5 X1 + 0,75 X2$$

REGRESI LINIER BERGANDA (CONTOH 2)

Tetapkan Persamaan Regresi Linier Berganda $Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2$

Data Kasus

No. Responden	Promosi (X1)	Harga (X2)	Keputusan Konsumen (Y)
1	10	7	23
2	2	3	7
3	4	2	15
4	6	4	17
5	8	6	23
6	7	5	22
7	4	3	10
8	6	3	14
9	7	4	20
10	6	3	19
Jumlah	60	40	170

REGRESI LINIER BERGANDA (CONTOH 2)

Tabel Pembantu

No. Resp.	X_1	X_2	Y	X_1Y	X_2Y	X_1X_2	X_1^2	X_2^2
1	10	7	23	230	161	70	100	49
2	2	3	7	14	21	6	4	9
3	4	2	15	60	30	8	16	4
4	6	4	17	102	68	24	36	16
5	8	6	23	184	138	48	64	36
6	7	5	22	154	110	35	49	25
7	4	3	10	40	30	12	16	9
8	6	3	14	84	42	18	36	9
9	7	4	20	140	80	28	49	16
10	6	3	19	114	57	18	36	9
Jumlah	60	40	170	1122	737	267	406	182

REGRESI LINIER BERGANDA (CONTOH 2)

$$n a + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} = \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{i})$$

$$a \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} x_{1i} = \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i \quad (\text{ii})$$

$$a \sum_{i=1}^n x_{2i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{2i} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^n x_{2i} y_i \quad (\text{iii})$$

$$10 a + 60 b_1 + 40 b_2 = 170 \quad (1)$$

$$60 a + 406 b_1 + 267 b_2 = 1122 \quad (2)$$

$$40 a + 267 b_1 + 182 b_2 = 737 \quad (3)$$

REGRESI LINIER BERGANDA (CONTOH 2)

Persamaan (1) dikalikan 6, persamaan (2) dikalikan 1:

$$\begin{array}{rcl} 60 a + 360 b_1 & + 240 b_2 & = 1020 \\ 60 a + 406 b_1 & + 267 b_2 & = 35163 \\ \hline 0 a + -46 b_1 + -27 b_2 & & = -102 \\ -46 b_1 - 27 b_2 & & = -102 \quad \dots\dots\dots (4) \end{array}$$

Persamaan (1) dikalikan 4, persamaan (3) dikalikan 1:

$$\begin{array}{rcl} 40 a + 240 b_1 & + 160 b_2 & = 680 \\ 40 a + 267 b_1 & + 182 b_2 & = 737 \\ \hline 0 a + -27 b_1 & + -22 b_2 & = -57 \\ -27 b_1 - 22 b_2 & & = -57 \quad \dots\dots\dots (5) \end{array}$$

REGRESI LINIER BERGANDA (CONTOH 2)

Persamaan (4) dikalikan 27, persamaan (5) dikalikan 46:

$$\begin{array}{rcl} -1242 b_1 - 729 b_2 & = & -2754 \\ \underline{-1242 b_1 - 1012 b_2} & = & \underline{-2622} \quad - \\ 0 b_1 + 283 b_2 & = & -132 \\ b_2 & = & -132:283 = -0,466 \end{array}$$

Harga b_2 dimasukkan ke dalam salah satu persamaan (4) atau (5):

$$\begin{array}{rcl} -46 b_1 - 27 (-0,466) & = & -102 \\ -46 b_1 + 12,582 & = & -102 \\ 114,582 & = & 46 b_1 \\ b_1 & = & 2,4909 \end{array}$$

REGRESI LINIER BERGANDA (CONTOH 2), SPSS

Harga b_1 dan b_2 dimasukkan ke dalam persamaan 1:

$$\begin{aligned}10 a + 60 (2,4909) + 40 (-0,466) &= 170 \\10 a + 149,454 - 18,640 &= 170 \\170 - 149,454 + 18,640 &= 10 a \\a &= 39,186 : 10 = 3,9186\end{aligned}$$

Jadi:

$$\begin{aligned}a &= 3,9186 \\b_1 &= 2,4909 \\b_2 &= -0,466\end{aligned}$$

Persamaan Regresi Linier Berganda $Y = 3,9186 + 2,4909 X_1 - 0,466 X_2$

REGRESI LINIER BERGANDA (CONTOH 2)

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.915 ^a	.836	.790	2.52099

a. Predictors: (Constant), Harga, Promosi

Korelasi (r) = 0,998
R² = 0,995

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	227.512	2	113.756	17.899	.002 ^b
	Residual	44.488	7	6.355		
	Total	272.000	9			

a. Dependent Variable: K_Konsumen

b. Predictors: (Constant), Harga, Promosi

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	3.919	2.418		1.621	.149
	Promosi	2.491	.703	1.024	3.544	.009
	Harga	-.466	1.016	-.133	-.459	.660

a. Dependent Variable: K_Konsumen

Persamaan Regresi Linier Berganda $Y = 3,9186 + 2,4909 X_1 - 0,466 X_2$

PENGUJIAN HIPOTESIS (REGRESI LINIER SEDERHANA)

Contoh 1

Lakukan Uji Hipotesa, apakah kalori harian berpengaruh terhadap berat badan mahasiswa dari data berikut:

No.	Nama Mahasiswa	Kalori/ hari (X)	Berat Badan (Y)
1	Dian	530	89
2	Echa	300	48
3	Winda	358	56
4	Kelo	510	72
5	Intan	302	54
6	Putu	300	42
7	Aditya	387	60
8	Anita	527	85
9	Sefia	415	63
10	Rosa	512	74

PENGUJIAN HIPOTESIS (REGRESI LINIER SEDERHANA)

- Menghitung nilai koefisien korelasi (r)

$$\begin{aligned} r &= \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right] \left[n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \right]}} \\ &= \frac{10(279294) - (4141)(643)}{\sqrt{[10(1802235) - (4141)^2] [10(43495) - (643)^2]}} \\ &= \frac{130277}{137120,2318} = 0,95 \end{aligned}$$

- Koefisien determinasi (r^2) = 0,90

PENGUJIAN HIPOTESIS (REGRESI LINIER SEDERHANA)

- Jumlah data $n = 10$
- Hipotesis yang diasumsikan/ diajukan :
 - $H_0 : \beta = 0$; variabel X tidak berpengaruh signifikan terhadap Y
 - $H_1 : \beta \neq 0$; variable X berpengaruh signifikan terhadap Y
- Tingkat signifikansi (α) = 5%
- Nilai t hitung,

$$t_{hit} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,95\sqrt{10-2}}{\sqrt{1-0,90}} = 8,497$$

PENGUJIAN HIPOTESIS (REGRESI LINIER SEDERHANA)

- Berarti $t_{hit} = 8,497$
- Derajat kebebasan, $df = n - k = 10 - 2 = 8$
 - Dengan menggunakan tabel Uji - t untuk taraf signifikan $\alpha = 5\% = 0,05$ dan $df = 8$, maka
 - diperoleh nilai t pada table, yaitu : $t_{tab} = 2,306$
- Membandingkan t_{hit} dengan t_{tab} :
 - $t_{hit} > t_{tab} \rightarrow 8,497 > 2,306$
- Kesimpulan : Nilai $t_{hit} > t_{tab}$, sehingga dikatakan bahwa, ada pengaruh nyata (signifikan) variable ***predictor X*** terhadap variable ***response Y*** dengan taraf signifikan 5%.

PENGUJIAN HIPOTESIS (REGRESI LINIER SEDERHANA), SPSS

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.950 ^a	.903	.891	5.11437

a. Predictors: (Constant), Kalori

Koefisien determinasi (r^2) = 0,90

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	2.608	7.342		.355	.732
	Kalori	.149	.017	.950	8.614	.000

a. Dependent Variable: Berat_Badan

$t_{hit} = 8,614$, Membandingkan t_{hit} dengan t_{tab} :

$$t_{hit} > t_{tab} \rightarrow 8,614 > 2,306$$

Kesimpulan :

Nilai $t_{hit} > t_{tab}$, sehingga dikatakan bahwa, ada pengaruh nyata (signifikan) variable **predictor X** terhadap variable **response Y** dengan taraf signifikan 5%.

Selain dengan melihat nilai t, kita juga bisa membandingkan nilai Sig. Dengan nilai signifikansi 5%

CONTOH: (REGRESI LINIER BERGANDA), SPSS

- Ujilah hipotesa dari regresi linier berganda berikut:

Produktivitas	Pelatihan	Kinerja
100	65	65
104	70	70
109	75	75
110	75	75
114	81	80
115	81	80
120	85	85
129	95	95
124	91	90
133	99	98

CONTOH: (REGRESI LINIER BERGANDA)

R^2 , Uji-F, Uji-t parsial dan Persamaan regresi berganda dari hasil pengolahan data *software* statistik (SPSS)

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.999 ^a	.999	.999	.394

a. Predictors: (Constant), Pelatihan, Produktivitas

Dari tabel terlihat, r atau $R = 0,999$ dan $R^2 = 0,999$. Hal ini berarti bahwa 99,9% varians variabel tak bebas mampu dijelaskan oleh variabel bebas. Juga dapat dikatakan bahwa 0,1% variable bebas belum mampu menjelaskan varians variabel tak bebas.

CONTOH: (REGRESI LINIER BERGANDA)

Anova (Uji-F; uji simultan)

- Nilai F-hitung adalah 3315,62 dengan taraf signifikan 0,000. Nilai signifikan ini lebih kecil dari 0,05 yang mengandung arti bahwa, secara serempak variable bebas berpengaruh signifikan terhadap variable tak bebas untuk taraf signifikan 5 %.

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	1031.012	2	515.506	3315.620	.000 ^b
	Residual	1.088	7	.155		
	Total	1032.100	9			

a. Dependent Variable: Kinerja

b. Predictors: (Constant), Pelatihan, Produktivitas

CONTOH: (REGRESI LINIER BERGANDA)

Uji - t Parsial

- Uji-t parsial digunakan untuk mengetahui pengaruh variable-variable bebas terhadap variabel tak bebasnya secara parsial.

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-13.664	7.100		-1.924	.096
	Produktivitas	.418	.194	.417	2.157	.068
	Pelatihan	.570	.189	.583	3.012	.020

a. Dependent Variable: Kinerja

Berdasarkan hasil yang terdapat dalam table di atas, maka dapat dibentuk suatu persamaan regresi linear berganda, yaitu :

$$Y = -13,664 + 0,418 X1 + 0,570X2$$

