

14

Analisa Variansi (ANOVA)

Pendahuluan

- Metode hipotesis dengan menggunakan distribusi z dan distribusi t efektif untuk uji hipotesis tentang perbedaan rata-rata μ dari satu atau dua populasi
- Analisis ragam (Analysis of varians /ANOVA) → merupakan prosedur uji hipotesis dengan membandingkan rata-rata μ dari 3 atau lebih populasi secara sekaligus

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ (*Semua rata-rata 3 populasi adalah sama*)

$H_1 : \text{Semua rata-rata 3 populasi adalah tidak sama}$


- Uji analisis ragam dilakukan dengan menggunakan distribusi F.

- Jadi ANOVA merupakan suatu prosedur hipotesis yang membandingkan k populasi untuk menguji :
 - Kesamaan Variansi
 - Ada / Tidak ada efek treatment
 - *Kesamaan rata-rata*
- Analisis Variansi sering juga disebut Analisis Ragam (Anova).
- Uji Anova ini didasarkan pada perbandingan antara variansi yang disebabkan oleh **error** percobaan dan **variansi** yg disebabkan oleh error percobaan + perbedaan populasi, dengan menggunakan Distribusi F.

Distribusi F

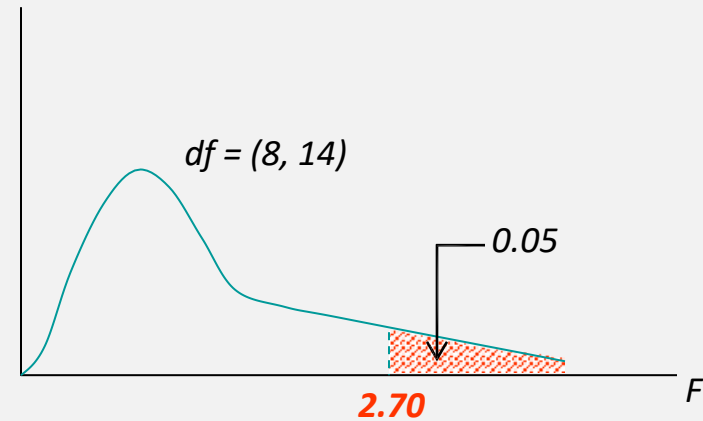
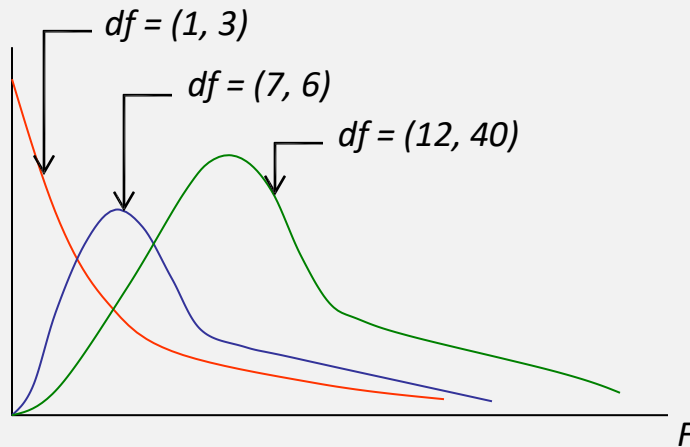
Seperti halnya distribusi t, bentuk kurva distribusi f tergantung dari jumlah derajat bebas df , yaitu terdiri dari 2 derajat bebas dimana satu sebagai pembilang dan satu sebagai penyebut. Keduanya disebut sebagai parameter untuk distribusi f.

$$df = (8,14)$$

Pembilang  Penyebut

Analisa Variansi (ANOVA)

- Meningkatnya derajat bebas df , puncak kurva distribusi f bergerak ke kanan sehingga kemiringannya berkurang.



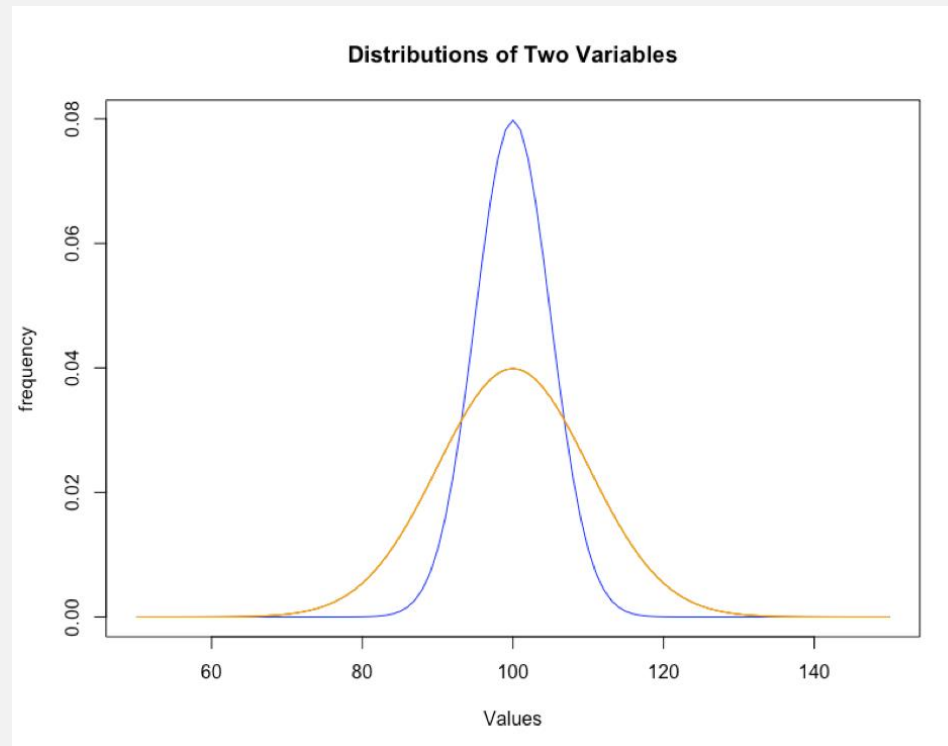
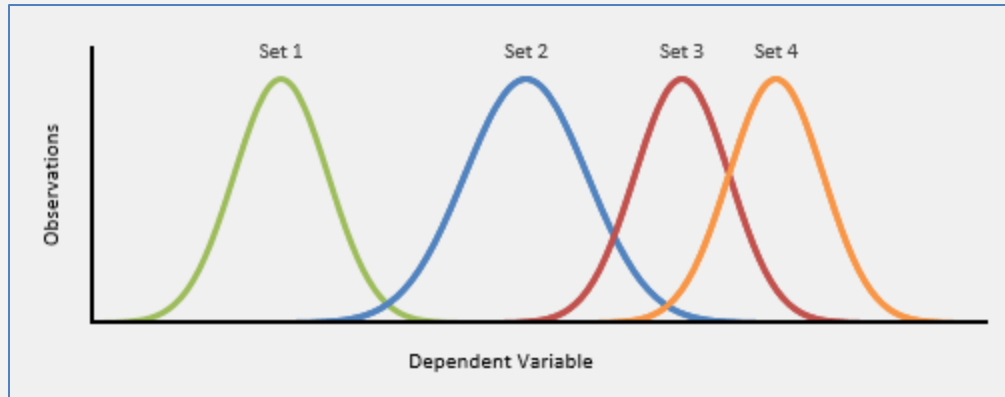
- Contoh :

Tentukan nilai f untuk derajat bebas 8 untuk pembilang, dan 14 untuk penyebut, serta 0.05 luas daerah pada ekor sebelah kanan kurva distribusi f .

	Derajat Bebas untuk Pembilang					
	1	2	8	100
1	161.5	199.5	238.9	253.0
2	18.51	19.00	19.37	19.49
.....
14	4.60	3.74	2.70	2.19

$$F_{0.05} = (8, 14) = 2.70$$

Analisa Variansi (ANOVA)



TUJUAN PENGUJIAN ANOVA

- Untuk mengetahui apakah ada pengaruh dan berbagai kriteria yang diuji terhadap hasil yang diinginkan.
- **Contoh :**
 - Seorang manajer produksi menguji apakah ada pengaruh kebisingan yang ditimbulkan oleh mesin-mesin produksi di pabrik pada hasil perakitan sebuah komponen yang cukup kecil dan sebuah sirkuit yang memerlukan konsentrasi yang tinggi dari seorang operator rakit.
 - Seorang Dosen ingin mengetahui apakah ada pengaruh materi bahan kuliah daring dan gaya belajar dari mahasiswa.

ANALISIS RAGAM (ANOVA) SATU ARAH

- One-way ANOVA test F menganalisa hanya satu faktor atau variabel.
- Sbg contoh, dalam pengujian kesamaan rata-rata μ untuk skor mahasiswa dengan 3 metode berbeda F disini hanya ada 1 faktor yang mempengaruhi skor mahasiswa, yaitu metode.
- Jika 3 dosen yang berbeda dengan 3 metode yang berbeda \rightarrow disini ada 2 faktor yang mempengaruhi skor mahasiswa, yaitu metode dan dosen.
- Asumsi untuk One-way ANOVA :
 1. Populasi-populasi dimana sampel diambil terdistribusi (mendekati) normal
 2. Populasi-populasi dimana sampel diambil memiliki ragam (simpangan baku) yang sama
 3. Sampel diambil dari populasi yang berbeda secara acak dan independent
- Uji analisis ragam satu arah selalu memiliki daerah penolakan (rejection) di sebelah kanan dari ekor kurva distribusi F.
- Pengujian hipotesis dengan ANOVA memiliki prosedur yang sama dengan uji hipotesis sebelumnya.

ANALISIS RAGAM SATU ARAH

- ANOVA klasifikasi 1 arah merupakan ANOVA yang didasarkan pada pengamatan 1 kriteria.
- Sampel dibagi menjadi beberapa kategori dan ulangan
 - kolom = kategori
 - baris = ulangan/replika
- F hitung untuk anova satu arah:

Source of Variation	SS	df	MS	F ratio
Between Samples	SSB	k - 1	$MSB = \frac{SSB}{k - 1}$	$F = \frac{MSB}{MSW}$
Within Samples	SSW	N - k	$MSW = \frac{SSW}{N - k}$	
Total	$SST = SSB + SSW$	N - 1		

k = jumlah populasi

N = jumlah ukuran sampel dari seluruh populasi

df = degrees of freedom/derajat kebebasan

ANALISIS RAGAM SATU ARAH

- **Variasi Total** = penyebaran agregat nilai data individu melalui beberapa level faktor (SST)
- ***Within-Sample Variation***= penyebaran yang terdapat diantara nilai data dalam sebuah level faktor tertentu (SSW)
- ***Between-Sample Variation***= penyebaran diantara mean sampel faktor (SSB)

$$\mathbf{SST = SSB + SSW}$$

ANALISIS RAGAM SATU ARAH

Variasi Total (SST)

=

**Variasi Faktor
(SSB)**

+

**Variasi *Random Sampling*
(SSW)**

Mengacu pada:

- Sum of Squares Between
- Sum of Squares Among
- Sum of Squares Explained
- Among Groups Variation

Mengacu pada:

- Sum of Squares Within
- Sum of Squares Error
- Sum of Squares Unexplained
- Within Groups Variation

ANALISIS RAGAM SATU ARAH

Jumlah Kuadrat Total (Total Sum of Squares)
Untuk ukuran sampel (n) untuk tiap kolom sama :

$$\text{JKT} = \text{SST} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{nk}$$

$$\text{JKK} = \text{SSB} = \frac{\sum_{i=1}^k T_i^2}{n} - \frac{T_{..}^2}{nk}$$

$$\text{JKG} = \text{SSW} = \text{JKT} - \text{JKK}$$

Yang mana:

JKT = SST = Total sum of squares/Jumlah Kuadrat Total

JKK = SSB = *Sum of Squares Between* /Jumlah Kuadrat Antara

JKG = SSE = SSW= Sum of Square Error

n_i = Jumlah data tiap kolom

k = Jumlah kolom data

N = Jumlah Total Sampel

X_{ij} = Data sampel ke - ij

$T_{..}$ = Jumlah nilai seluruh nilai data

ANALISIS RAGAM SATU ARAH

Jumlah Kuadrat Total (Total Sum of Squares)
Untuk ukuran sampel (n) untuk tiap kolom sama :

Sumber Variansi	<i>Sum of Square</i>	Derajat Kebebasan (v)	Mean Square (MS)	Stat. Uji
Nilai Tengah Kolom	JKK	k - 1	$S_1^2 = \frac{JKK}{k - 1}$	$f = \frac{S_1^2}{S_2^2}$
Galat atau Error	JKG	k (n - 1)	$S_2^2 = \frac{JKG}{k (n - 1)}$	
Total	JKT	(n k) - 1		

ANALISIS RAGAM SATU ARAH

Jumlah Kuadrat Total (Total Sum of Squares)

Untuk ukuran sampel (n) untuk tiap kolom Berbeda :

$$\mathbf{JKT = JKK + JKG}$$

$$\mathbf{JKT = SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{N}}$$

$$\mathbf{JKK = SSB = \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} - \frac{T_{..}^2}{N}}$$

$$\mathbf{JKG = SSW = JKT - JKK}$$

Yang mana:

JKT = SST = Total sum of squares/Jumlah Kuadrat Total

JKK = SSB = *Sum of Squares Between* /Jumlah Kuadrat Antara

JKG = SSE = SSW= Sum of Square Error

n_i = Jumlah data tiap kolom

k = Jumlah kolom data

N = Jumlah Total Sampel

X_{ij} = Data sampel ke - ij

$T_{..}$ = Jumlah nilai seluruh nilai data

ANALISIS RAGAM SATU ARAH

Jumlah Kuadrat Total (Total Sum of Squares)
Untuk ukuran sampel (n) untuk tiap kolom Berbeda :

Sumber Variansi	<i>Sum of Square</i>	Derajat Kebebasan (v)	Mean Square (MS)	Stat. Uji
Nilai Tengah Kolom	JKK	k - 1	$S_1^2 = \frac{JKK}{k - 1}$	$f = \frac{S_1^2}{S_2^2}$
Galat atau Error	JKG	N - k	$S_2^2 = \frac{JKG}{N - k}$	
Total	JKT	N - 1		

PROSEDUR PENGUJIAN ANOVA SATU ARAH :

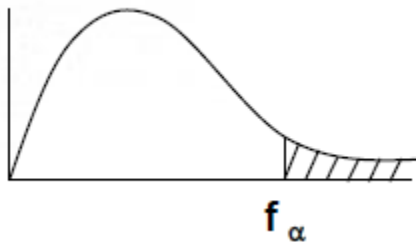
Wilayah Kritis : $f_{hitung} > f_{tabel} \alpha (v1 ; v2) \rightarrow$ Tolak H_0

Dimana :

α = nilai signifikansi

$v1$ = derajat kebebasan JKK atau SSR = $k - 1$

$v2$ = derajat kebebasan Galat atau Error = $N - k$



Wilayah Kritis : $f > f_{\alpha}$

Keputusan dan Kesimpulan Hipotesis.

CONTOH 1, Ukuran sampel (n) tiap kolom SAMA

Tiga buah mesin hendak dibandingkan. Mesin-mesin ini menghasilkan keluaran (*output*) perjamnya dengan berfluktuasi karena pengaruh acak, suatu sampel acak 5 waktu yang berbeda diambil dari masing-masing mesin tersebut dan hasilnya sbb :

Sampel Output dari 3 buah Mesin		
Mesin 1	Mesin 2	Mesin 3
47	55	54
53	54	50
49	58	51
50	61	51
46	52	49

Apakah nilai tengah output perjam ketiga mesin itu sesungguhnya berbeda? Gunakan taraf nyata 5 %.

CONTOH 1

$k=3$

Sampel Output dari 3 buah Mesin			
	Mesin 1	Mesin 2	Mesin 3
$n=5$	47	55	54
	53	54	50
	49	58	51
	50	61	51
	46	52	49
Total	245	280	255
245+280+255 = 780			

Struktur Hipotesis :

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ (Semua rata-rata 3 populasi adalah sama)

H_1 : sekurang-kurangnya terdapat dua nilai tengah tidak sama

Taraf nyata : $\alpha = 0,05$

Statistik Uji : ANOVA 1 Arah

$$JKT = SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{n \cdot k}$$

$$JKT = \left[47^2 + 55^2 + \dots + 49^2 \right] - \frac{780^2}{5 \cdot 3}$$

$$JKT = 40.784 - 40.560$$

$$JKT = 224$$

CONTOH 1

$$JKK = SSR = \frac{\sum_{i=1}^k T_i^2}{n} - \frac{T_{..}^2}{nk}$$

$$JKK = \frac{245^2 + 280^2 + 255^2}{5} - \frac{780^2}{5 * 3}$$

$$JKK = 40.690 - 40.650$$

$$JKK = 40$$

$$JKG = SSE = JKT - JKK = 224 - 40 = 184$$

Sumber Variansi	<i>Sum of Square</i>	Derajat Kebebasan (v)	Mean Square (MS)	Stat. Uji
Nilai Tengah Kolom	40	3-1 = 2	20	f = 1,304
Galat atau Error	184	3 (5 - 1) = 12	15,33	
Total	224	(3 * 5) - 1 = 14		

PROSEDUR PENGUJIAN ANOVA SATU ARAH :

Wilayah Kritis : $f_{hitung} > f_{tabel} \alpha (v1 ; v2) \rightarrow \text{Tolak } H_0$

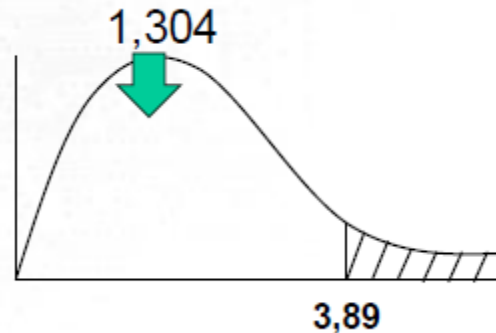
Dimana :

α = nilai signifikansi = 5% = 0,05

$v1$ = derajat kebebasan JKK atau SSR = 3 - 1 = 2

$v2$ = derajat kebebasan Galat atau Error = 15-3 = 12

$f_{0,05(2,12)} = 3,89$



Keputusan : Terima H_0 karena $f_{hitung} < f_{tabel}$

Kesimpulan : bahwa nilai tengah output ketiga mesin adalah sama pada taraf nyata 0,05.

CONTOH 2, Ukuran sampel (n) tiap kolom BERBEDA

Selama satu semester seorang siswa menerima nilai Quiz pada berbagai Mata Kuliah seperti tabel di bawah ini. Tentukan apakah terdapat perbedaan antara kemampuan tersebut untuk Mata Kuliah yang berbeda pada taraf nyata 0,05

Ektek	Matvek	APK	Statistik
72	81	88	74
80	74	82	71
83	77	90	77
75		87	70
		80	

Struktur Hipotesis :

$$H_0 : \mu_{Ektek} = \mu_{Matvek} = \mu_{APK} = \mu_{Statistik}$$

H_1 : sekurang-kurangnya terdapat dua nilai tengah tidak sama

Taraf nyata : $\alpha = 0,05$

Statistik Uji : ANOVA 1 Arah

CONTOH 1

$$N = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 4 + 3 + 5 + 4 = 16$$

	Ektek	Matvek	APK	Statistik
	72	81	88	74
	80	74	82	71
	83	77	90	77
	75		87	70
			80	
Σ	310	232	427	292
	310+232+427+292 = 1.261			

$$JKT = SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{N}$$

$$JKT = \left[72^2 + 80^2 + \dots + 70^2 \right] - \frac{1.261^2}{16}$$

$$JKT = 99.947 - 99.382,565$$

$$JKT = 564,437$$

CONTOH 1

$$JKK = SSR = \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} - \frac{T_{..}^2}{N}$$

$$JKK = \left[\frac{310^2}{4} + \frac{232^2}{3} + \frac{427^2}{5} + \frac{292^2}{4} \right] - \frac{1.261^2}{16}$$

$$JKK = 99748,13 - 99.382,565$$

$$JKK = 365,5675$$

$$JKG = SSE = JKT - JKK = 564,437 - 365,5675 = 198,8695$$

Sumber Variansi	<i>Sum of Square</i>	Derajat Kebebasan (v)	Mean Square (MS)	Stat. Uji
Nilai Tengah Kolom	365,5675	4 - 1 = 3	121,856	f = 7,353
Galat atau Error	198,8695	16 - 4 = 12	16,572	
Total	564,437	16 - 1 = 15		

PROSEDUR PENGUJIAN ANOVA SATU ARAH :

Wilayah Kritis : $f_{hitung} > f_{tabel} \alpha (v1 ; v2) \rightarrow$ Tolak H_0

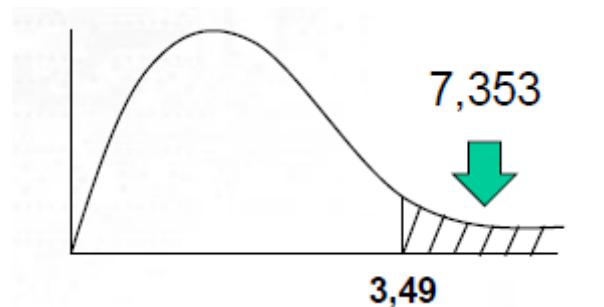
Dimana :

α = nilai signifikansi = 5% = 0,05

$v1$ = derajat kebebasan JKK atau SSR = 4 - 1 = 3

$v2$ = derajat kebebasan Galat atau Error = 16 - 4 = 12

$f_{0,05(2,12)} = 3,49$



Keputusan : **Tolak H_0** karena $f_{hitung} > f_{tabel}$

Kesimpulan : bahwa terdapat perbedaan nilai tengah kemampuan quiz untuk keempat Mata Kuliah pada taraf nyata 0,05

ANALISIS RAGAM (ANOVA) DUA ARAH

- ANOVA klasifikasi 2 arah merupakan ANOVA yang didasarkan pada pengamatan 2 kriteria (baris & kolom).
- Dalam kategori, terdapat blok/sub-kelompok
 - kolom : kategori-1;
 - baris : blok, kategori-2
- Setiap sel berisi satu data

PROSEDUR PENGUJIAN ANOVA 2 ARAH

a. Struktur Hipotesis :

- H_0' : $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_r = 0$ (pengaruh baris adalah nol)
 $H1'$: sekurang-kurangnya satu α_i tidak sama dengan nol
- H_0'' : $b_1 = b_2 = \dots = b_c = 0$ (pengaruh kolom adalah nol)
 $H1''$: sekurang-kurangnya satu b_j tidak sama dengan nol

b. Taraf nyata α

c. Statistik Uji : ANOVA

$$JKT = SST = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c X_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{rc}$$

$$JKB = SSA = \frac{\sum_{i=1}^r T_i^2}{c} - \frac{T_{..}^2}{rc}$$

Dimana :

r = row = baris

c = column = kolom

PROSEDUR PENGUJIAN ANOVA 2 ARAH

$$JKK = SSB = \frac{\sum_{j=1}^c T_j^2}{r} - \frac{T_{..}^2}{r c}$$

Dimana :

r = row = baris

c = column = kolom

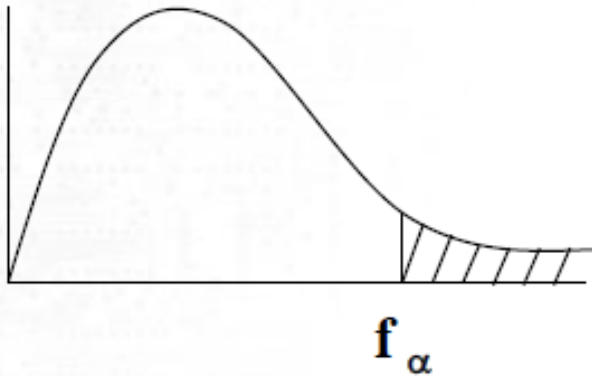
$$JKG = JKT - JKB - JKK \quad ; \text{ atau :}$$

$$SSE = SST - SSA - SSB$$

Sumber Variansi	Sum of Square	Derajat Kebebasan (v)	Mean Square (MS)	Statistik Uji
Nilai Tengah Baris	SSA	r - 1	$S_1^2 = \frac{SSA}{r - 1}$	$f_1 = \frac{S_1^2}{S_3^2}$
Nilai Tengah Kolom	SSB	c - 1	$S_2^2 = \frac{SSB}{c - 1}$	$f_2 = \frac{S_2^2}{S_3^2}$
Galat atau Error	SSE	(r - 1)(c - 1)	$S_3^2 = \frac{SSE}{(r - 1)(c - 1)}$	
Total	SST	(r c) - 1		

PROSEDUR PENGUJIAN ANOVA 2 ARAH

d. Wilayah Kritis :



- $f_1 > f_{\alpha(v_1; v_2)} \rightarrow$ Tolak H_0
 v_1 : derajat kebebasan **Baris**
 v_3 : derajat kebebasan **Error**
- $f_2 > f_{\alpha(v_1; v_2)} \rightarrow$ Tolak H_0
 v_2 : derajat kebebasan **Kolom**
 v_3 : derajat kebebasan **Error**

e. Keputusan dan Kesimpulan Hipotesis \rightarrow ada 2 buah keputusan dan kesimpulan

CONTOH SOAL

Tiga buah mesin hendak dibandingkan mengenai keluaran / *output* perjamnya berfluktuasi karena pengaruh acak, suatu sampel acak 5 waktu yang berbeda diambil dari masing-masing mesin tersebut yang berasal dari lima operator yang berbeda yang menghasilkan satu pengamatan sampel dari setiap mesin dan hasilnya sbb :

Output dari 3 buah Mesin			
Operator	Mesin 1	Mesin 2	Mesin 3
1	47	55	54
2	53	54	50
3	49	58	51
4	50	61	51
5	46	52	49

Ujilah hipotesis pada taraf nyata 0,05 bahwa :

- Tidak ada beda rata-rata output perjam untuk **kelima operator** tersebut
- Tidak ada beda rata-rata output perjam untuk ketiga jenis mesin tersebut

PROSEDUR PENGUJIAN ANOVA 2 ARAH

a. Struktur Hipotesis :

- H_0' : $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_r = 0$ (pengaruh **operator** adalah nol)
H1': sekurang-kurangnya satu α_i tidak sama dengan nol
- H_0'' : $b_1 = b_2 = \dots = b_c = 0$ (pengaruh **mesin** adalah nol)
H1'': sekurang-kurangnya satu b_j tidak sama dengan nol

b. Taraf nyata α

c. Statistik Uji : ANOVA

$$JKT = SST = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c X_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{rc}$$

$$JKT = [47^2 + 55^2 + \dots + 49^2] - \frac{780^2}{5 * 3}$$

$$JKT = 40.784 - 40.560$$

$$JKT = 224$$

Dimana :

r = row = baris

c = column = kolom

CONTOH SOAL

Output dari 3 buah Mesin				
Operator	Mesin 1	Mesin 2	Mesin 3	Total (Ti)
1	47	55	54	156
2	53	54	50	157
3	49	58	51	158
4	50	61	51	162
5	46	52	49	147
Total (Tj)	245	280	255	780

$$JKB = SSA = \frac{\sum_{i=1}^r T_i^2}{c} - \frac{T_{..}^2}{rc}$$

$$JKB = \left[\frac{156^2 + 157^2 + 158^2 + 162^2 + 147^2}{3} \right] - \frac{780^2}{5 * 3}$$

$$JKB = 40.600,667 - 40.560 = 40,667$$

$$JKK = SSR = \frac{\sum_{j=1}^c T_j^2}{r} - \frac{T_{..}^2}{rc}$$

$$JKK = \frac{245^2 + 280^2 + 255^2}{5} - \frac{780^2}{5 * 3}$$

$$JKK = 40.690 - 40.650$$

$$JKK = 40$$

$$JKG = JKT - JKB - JKK = 224 - 40,667 - 40 = 143,333$$

CONTOH SOAL

Sumber Variansi	Sum of Square	Derajat Kebebasan (v)	Mean Square (MS)	Statistik Uji
Nilai Tengah Baris	40,667	$5 - 1 = 4$	10,16675	$f_1 = 0,5674$
Nilai Tengah Kolom	40	$3 - 1 = 2$	20	$f_2 = 1,1163$
Galat atau Error	143,333	$(5 - 1)(3 - 1) = 8$	17,916625	
Total	224	$(5 * 3) - 1 = 14$		

d. Wilayah Kritis :

✓ $f_1 > f_{\alpha}(v_1; v_3) \rightarrow$ Terima H_0

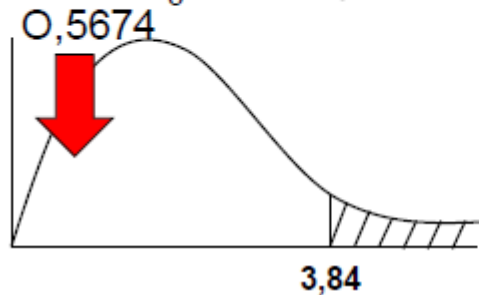
$$\alpha = 0,05$$

$$v_1 = 4$$

$$v_3 = 8$$



$$f_{\alpha, v_1, v_3} = 3,84$$



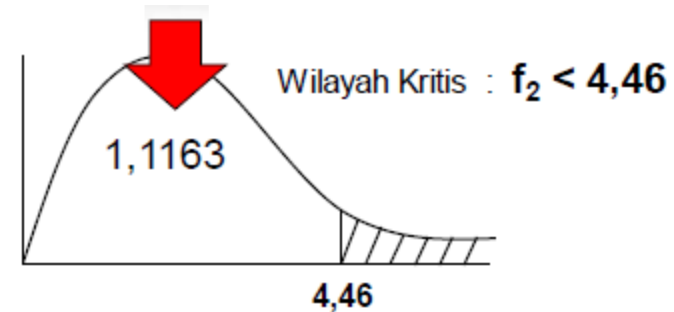
Wilayah Kritis : $f_1 < 3,84$

CONTOH SOAL

d. Wilayah Kritis :

✓ $f_2 > f_{\alpha}(v_2; v_3) \rightarrow$ Terima H_0

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0,05 \\ v_2 = 2 \\ v_3 = 8 \end{array} \right\} \rightarrow f_{\alpha, v_2, v_3} = 4,46$$



e. Keputusan dan Kesimpulan, ada 2 buah

1. Terima H_0 , kesimpulan : bahwa tidak ada beda rata-rata output perjam dari kelima operator pada taraf nyata 0,05.
2. Terima H_0 , kesimpulan : bahwa tidak ada beda rata-rata output perjam dari ketiga jenis mesin tersebut, pada taraf nyata 0,05

KLASIFIKASI DUA ARAH DENGAN INTERAKSI

- Prosedur pengujian ANOVA dalam Klasifikasi Dua Arah Dengan Interaksi :

a. Struktur Hipotesis :

H_0' : $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_r$ (pengaruh baris nol)

H_1' : sekurang-kurangnya satu α_i tidak sama dengan nol

H_0'' : $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_c$ (pengaruh kolom nol)

H_1'' : sekurang-kurangnya satu β_j tidak sama dengan nol

H_0''' : $(\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \dots = (\alpha\beta)_{rc}$ (pengaruh interaksi nol)

H_1''' : sekurang-kurangnya satu $(\alpha\beta)_{ij}$ tidak sama dengan nol

b. Tentukan nilai α

KLASIFIKASI DUA ARAH DENGAN INTERAKSI

c. Statistik Uji : ANOVA

$$JKT = SST = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^n X_{ijk}^2 - \frac{T_{...}^2}{rcn}$$

$$JKB = SSA = \frac{\sum_{i=1}^r T_{i..}^2}{cn} - \frac{T_{...}^2}{rcn}$$

$$JKK = SSB = \frac{\sum_{j=1}^c T_{.j.}^2}{rn} - \frac{T_{...}^2}{rcn}$$

$$JK(BK) = SS(AB) = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c T_{ij}^2}{n} - \frac{\sum_{i=1}^r T_{i..}^2}{cn} - \frac{\sum_{j=1}^c T_{.j.}^2}{rn} + \frac{T_{...}^2}{rcn}$$

$$\begin{aligned} JKG &= JKT - JKB - JKK - JK(BK) \quad ; \text{ atau :} \\ SSE &= SST - SSA - SSB - SS(AB) \end{aligned}$$

Dimana :

r = row = baris

c = column = kolom

n = Jumlah sampel /replikasi

Rumus di buku Walpole

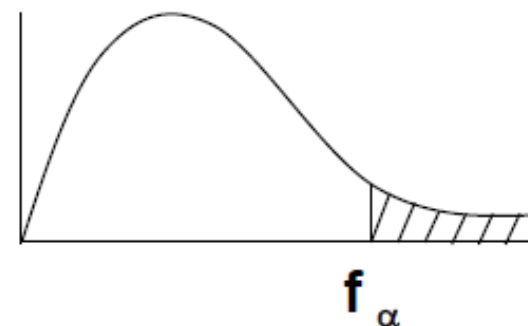
KLASIFIKASI DUA ARAH DENGAN INTERAKSI

Sumber Variansi	<i>Sum of Square</i>	Derajat Kebebasan (v)	Mean Square (MS)	Statistik Uji
Nilai Tengah Baris	SSA	$r - 1$	$S_1^2 = \frac{SSA}{r - 1}$	$f_1 = \frac{S_1^2}{S_4^2}$
Nilai Tengah Kolom	SSB	$c - 1$	$S_2^2 = \frac{SSB}{c - 1}$	$f_2 = \frac{S_2^2}{S_4^2}$
Interaksi	SS(AB)	$(r - 1)(c - 1)$	$S_3^2 = \frac{SS(AB)}{(r - 1)(c - 1)}$	$f_3 = \frac{S_3^2}{S_4^2}$
Galat atau Error	SSE	$(rc)(n - 1)$	$S_4^2 = \frac{SSE}{(rc)(n - 1)}$	
Total	SST	$(rcn) - 1$		

KLASIFIKASI DUA ARAH DENGAN INTERAKSI

d. Wilayah Kritis :

- o $f_1 > f_{\alpha(v_1; v_4)} \rightarrow$ Tolak H_0
 v_1 = derajat kebebasan **Baris**
 v_2 = derajat kebebasan **Error**
- o $f_2 > f_{\alpha(v_2; v_4)} \rightarrow$ Tolak H_0
 v_1 = derajat kebebasan **Kolom**
 v_2 = derajat kebebasan **Error**
- o $f_3 > f_{\alpha(v_3; v_4)} \rightarrow$ Tolak H_0
 v_1 = derajat kebebasan **Interaksi**
 v_2 = derajat kebebasan **Error**



e. Keputusan dan Kesimpulan Hipotesis \rightarrow ada 3 buah!

- o Keputusan dan Kesimpulan Hipotesis untuk Baris
- o Keputusan dan Kesimpulan Hipotesis untuk Kolom
- o Keputusan dan Kesimpulan Hipotesis untuk Interaksi

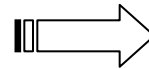
Contoh

CONTOH :

TABEL BERIKUT MENUNJUKKAN DATA PRODUKSI 3 VARIETAS GANDUM (DALAM TON/HA) DENGAN 4 JENIS PERLAKUAN PUPUK DENGAN MASING2 PERCOBAAN DENGAN 3 ULANGAN. UJILAH PADA TARAF NYATA 0.05 UNTUK :

- A. H_0' : TIDAK ADA BEDA RATA-RATA HASIL UNTUK KE-4 PERLAKUAN PUPUK.
- B. H_0'' : TIDAK ADA BEDA RATA-RATA HASIL UNTUK KE-3 VARIETAS GANDUM.
- C. H_0''' : TIDAK ADA INTERAKSI ANTARA JENIS PUPUK DAN VARIETAS GANDUM

Jenis Pupuk	Varietas Gandum		
	v_1	v_2	v_3
p_1	64	72	74
	66	81	51
	70	64	65
p_2	65	57	47
	63	43	58
	58	52	67
p_3	59	66	58
	68	71	39
	65	59	42
p_4	58	57	53
	41	61	59
	46	53	39



Jenis Pupuk	Varietas Gandum			Total
	v_1	v_2	v_3	
p_1	200	217	190	607
p_2	186	152	172	510
p_3	192	196	139	527
p_4	145	171	150	466
Total	723	736	651	2110

Contoh

JAWAB :

1. Tentukan hipotesis nol dan hipotesis alternatif
 - a. H_0' : $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$ (pengaruh baris / jenis pupuk adalah nol)
 H_1' : Sekurang-kurangnya satu α_i adalah tidak sama dengan nol
 - b. H_0'' : $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ (pengaruh kolom / varietas gandum adalah nol)
 H_1'' : Sekurang-kurangnya satu β_j adalah tidak sama dengan nol
 - c. H_0''' : $(\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \dots = (\alpha\beta)_{43} = 0$ (pengaruh interaksi adalah nol)
 H_1''' : Sekurang-kurangnya satu $(\alpha\beta)_{ij}$ adalah tidak sama dengan nol
2. $\alpha = 0.05$
3. Wilayah kritis :
 - a. $F_1 > 3.01$ (dari tabel distribusi F, untuk $F_{0.05}(3, 24) = 3.01$)
 - b. $F_2 > 3.40$ (dari tabel distribusi F, untuk $F_{0.05}(2, 24) = 3.40$)
 - c. $F_3 > 2.51$ (dari tabel distribusi F, untuk $F_{0.05}(6, 24) = 2.51$)
4. Perhitungan :
JKT = 3779
JKB = 1157

Contoh

JKK = 350

JKInteraksi = **771**

Hasil perhitungan disajikan dalam tabel ANOVA berikut :

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Rata-rata	F hitung
Di antara Baris	3	1157	385.667	6.17
Di antara kolom	2	350	175.000	2.80
Interaksi	6	771	128.500	2.05
Galat Sampling	24	1501	62.542	-
Total	35	3779	-	-

5. Keputusan :

- Tolak H_0' dan simpulkan bahwa **ada beda** rata-rata hasil gandum dalam penggunaan ke-4 jenis pupuk tersebut.
- Terima H_0'' dan simpulkan bahwa **tidak ada beda** rata-rata hasil gandum dalam penggunaan ke-3 varietas gandum.
- Terima H_0 dan simpulkan bahwa **tidak ada interaksi** antara jenis pupuk dan varietas gandum.

