

## Regresi Linier Berganda

- Pembahasan akan meliputi regresi linier dengan 2 Variabel Bebas ( $X_1$  dan  $X_2$ ) dan 1 Variabel Tak Bebas ( $Y$ ).

- Bentuk Umum :  $Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2$

$Y$	: peubah takbebas	$a$	: konstanta
$X_1$	: peubah bebas ke-1	$b_1$	: kemiringan ke-1
$X_2$	: peubah bebas ke-2	$b_2$	: kemiringan ke-2

- $a$ ,  $b_1$  dan  $b_2$  didapatkan dengan menyelesaikan tiga persamaan Normal berikut:

$$(i) \quad n a + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$(ii) \quad a \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} x_{1i} = \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i$$

$$(iii) \quad a \sum_{i=1}^n x_{2i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{2i} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^n x_{2i} y_i$$

$n$  : banyak pasangan data

$x_{1i}$  : nilai peubah bebas  $X_1$  ke- $i$

$y_i$  : nilai peubah takbebas  $Y$  ke- $i$

$x_{2i}$  : nilai peubah bebas  $X_2$  ke- $i$

Contoh

Berikut adalah data Volume Penjualan (juta unit) Mobil dihubungkan dengan variabel biaya promosi ( $X_1$  dalam juta rupiah/tahun) dan variabel biaya penambahan asesoris ( $X_2$  dalam ratusan ribu rupiah/unit).

$X_1$	$X_2$	$y$	$X_1 X_2$	$X_1 y$	$X_2 y$	$X_1^2$	$X_2^2$	$y^2$
2	3	4	6	8	12	4	9	16
3	4	5	12	15	20	9	16	25
5	6	8	30	40	48	25	36	64
6	8	10	48	60	80	36	64	100
7	9	11	63	77	99	49	81	121
8	10	12	80	96	120	64	100	144
$\sum x_1 =$ 31	$\sum x_2 =$ 40	$\sum y =$ 50	$\sum x_1 x_2 =$ 239	$\sum x_1 y =$ 296	$\sum x_2 y =$ 379	$\sum x_1^2 =$ 187	$\sum x_2^2 =$ 306	$\sum y^2 =$ 470

Tetapkan Persamaan Regresi Linier Berganda  $= a + b_1 X_1 + b_2 X_2$

$n = 6$

$$\begin{array}{lll} \sum x_1 = 31 & \sum x_2 = 40 & \sum y = 50 \\ \sum x_1 x_2 = 239 & \sum x_1 y = 296 & \sum x_2 y = 379 \\ \sum x_1^2 = 187 & \sum x_2^2 = 306 & \sum y^2 = 470 \end{array}$$

Masukkan notasi-notasi ini dalam ketiga persamaan normal,

$$\begin{array}{l} \text{(i)} \quad n a + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} = \sum_{i=1}^n y_i \\ \text{(ii)} \quad a \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} x_{1i} = \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i \\ \text{(iii)} \quad a \sum_{i=1}^n x_{2i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{2i} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^n x_{2i} y_i \end{array}$$

Sehingga didapatkan tiga persamaan berikut:

$$\begin{array}{lllll} \text{(i)} & 6a & + & 31 b_1 & + & 40 b_2 & = & 50 \\ \text{(ii)} & 31 a & + & 187 b_1 & + & 239 b_2 & = & 296 \\ \text{(iii)} & 40 a & + & 239 b_1 & + & 306 b_2 & = & 379 \end{array}$$

Lakukan Eliminasi, untuk menghilangkan (a)

$$\begin{array}{rclclcl}
 \text{(ii)} & 31 a & + & 187 b_1 & + & 239 b_2 & = & 296 & \times 6 \\
 \text{(i)} & 6a & + & 31 b_1 & + & 40 b_2 & = & 50 & \times 31 \\
 \\ 
 \text{(ii)} & ~~189 a~~ & + & 1122 b_1 & + & 1434 b_2 & = & 1776 \\
 \text{(i)} & ~~189 a~~ & + & 961 b_1 & + & 1240 b_2 & = & 1550 & \\
 \hline
 & & & \text{(iv)} & 161b_1 & + & 194 b_2 & = & 226
 \end{array}$$

Lalu

$$\begin{array}{rclclcl}
 \text{(iii)} & 40 a & + & 239 b_1 & + & 306 b_2 & = & 379 & \times 6 \\
 \text{(i)} & 6a & + & 31 b_1 & + & 40 b_2 & = & 50 & \times 40 \\
 \\ 
 \text{(iii)} & ~~240 a~~ & + & 1434 b_1 & + & 1836 b_2 & = & 2274 \\
 \text{(i)} & ~~240 a~~ & + & 1240 b_1 & + & 1600 b_2 & = & 2000 & \\
 \hline
 & & & \text{(v)} & 194 b_1 & + & 236 b_2 & = & 274
 \end{array}$$

Selanjutnya, eliminasi ( $b_1$ ) dan dapatkan nilai ( $b_2$ )

$$\begin{array}{rclclcl}
 \text{(v)} & 194 b_1 & + & 236 b_2 & = & 274 & \times 161 \\
 \text{(iv)} & 161 b_1 & + & 194 b_2 & = & 226 & \times 194 \\
 \\ 
 \text{(v)} & ~~31234 b_1~~ & + & 37996 b_2 & = & 44114 \\
 \text{(iv)} & ~~31234 b_1~~ & + & 37636 b_2 & = & 43844 \\
 \hline
 & & & 360 b_2 & = & 270 \\
 & & & b_2 & = & 0.75
 \end{array}$$

Dapatkan Nilai ( $b_1$ ) dan nilai (a) dengan melakukan substitusi, sehingga:

$$\text{(v)} \quad 194 b_1 + 236 b_2 = 274$$

Perhatikan  $b_2 = 0.75$

$$\begin{array}{rclcl}
 194 b_1 & + & 236 (0.75) & = & 274 \\
 194 b_1 & + & 177 & = & 274 \\
 & & 194 b_1 & = & 97 \\
 & & b_1 & = & 0.50
 \end{array}$$

$$\text{(i)} \quad 6a + 31 b_1 + 40 b_2 = 50$$

Perhatikan  $b_1 = 0.50$  dan  $b_2 = 0.75$

$$\begin{array}{rclcl}
 6a & + & 31(0.50) & + & 40 (0.75) & = & 50 \\
 6a & + & 15.5 & + & 30 & = & 50 \\
 & & & & 6a & = & 4.5 \\
 & & & & a & = & 0.75
 \end{array}$$

Sehingga Persamaan Regresi Berganda

$$a + b_1 X_1 + b_2 X_2 \quad \text{dapat ditulis sebagai } 0.75 + 0.50 X_1 + 0.75 X_2$$

### Korelasi Linier berganda

- Koefisien Determinasi Sampel untuk Regresi Linier Berganda diberi notasi sebagai berikut  $R^2_{y.12}$

- Sedangkan Koefisien Korelasi adalah akar positif Koefisien Determinasi atau

$$r_{y.12} = \sqrt{R^2_{y.12}}$$

- Rumus

$$R^2_{y.12} = 1 - \frac{JKG}{(n-1)s_y^2}$$

JKG : Jumlah Kuadrat Galat

$s_y^2$  : Jumlah Kuadrat y (terkoreksi)

di mana

$$s_y^2 = \frac{n \sum y^2 - (\sum y)^2}{n(n-1)}$$

$$JKG = \sum y^2 - a \sum y - b_1 \sum x_1 y - b_2 \sum x_2 y$$

Contoh

Jika diketahui (dari Contoh 4)

$$n = 6$$

$$\sum x_1 = 31$$

$$\sum x_2 = 40$$

$$\sum y = 50$$

$$\sum x_1 x_2 = 239$$

$$\sum x_1 y = 296$$

$$\sum x_2 y = 379$$

$$\sum x_1^2 = 187$$

$$\sum x_2^2 = 306$$

$$\sum y^2 = 470$$

Maka tetapkan  $R^2_{y.12}$  dan jelaskan artinya nilai tersebut!

$$s_y^2 = \frac{n \sum y^2 - (\sum y)^2}{n(n-1)} = \frac{6(470) - (50)^2}{6(6-5)} = \frac{2820 - 2500}{30} = \frac{320}{30} = 10.667$$

$$\begin{aligned} JKG &= \sum y^2 - a \sum y - b_1 \sum x_1 y - b_2 \sum x_2 y = 470 - 0.75(50) - 0.5(296) - 0.75(379) \\ &= 470 - 37.5 - 148 - 284.25 \\ &= 0.25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{y.12}^2 &= 1 - \frac{JKG}{(n-1)s_y^2} = 1 - \frac{0.25}{5 \times 10.667} = 1 - \frac{0.25}{53.333} \\ &= 1 - 0.0046875 \\ &= 0.9953125 \\ &= 99.53\% \end{aligned}$$

Nilai  $R_{y.12}^2 = 99.53\%$  menunjukkan bahwa 99.53% proporsi keragaman nilai peubah Y (volume penjualan) dapat dijelaskan oleh nilai peubah X (biaya promosi) dan  $X_2$  (biaya aksesoris) melalui hubungan linier.

Sisanya sebesar 0.47% dijelaskan oleh hal-hal lain.

⊕ *Selesai* ⊕