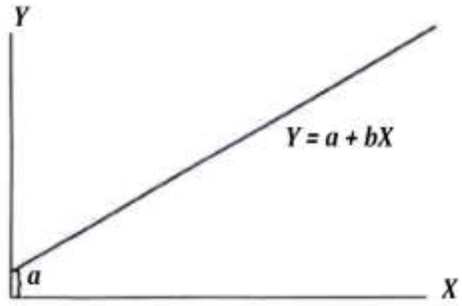
MODUL

REGRESI LINIER SEDERHANA
DAN
BERGANDA

Persamaan Regresi Linier Sederhana

Persamaan regresi linier sederhana merupakan suatu model persamaan yang menggambarkan hubungan satu variabel bebas/ *predictor* (X) dengan satu variabel tak bebas/ *response* (Y), yang biasanya digambarkan dengan garis lurus, seperti disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Ilustrasi Garis Regresi Linier

Persamaan regresi linier sederhana secara matematik diekspresikan oleh :

$$\hat{Y} = a + bX$$

yang mana :

$\hat{Y}$ = garis regresi/ variable *response*

a = konstanta (intersep), perpotongan dengan sumbu vertikal

b = konstanta regresi (*slope*)

X = variabel bebas/ *predictor*

Besarnya konstanta a dan b dapat ditentukan menggunakan persamaan :

$$a = \frac{(\sum Y_i)(\sum X_i^2) - (\sum X_i)(\sum X_i Y_i)}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$b = \frac{n\ (\sum X_i\ Y_i) - (\sum X_i)\ (\sum Y_i)}{n \sum X_i^2\ -\ (\sum X_i)^2}$$

yang mana n = jumlah data

Langkah-langkah Analisis dan Uji Regresi Linier Sederhana

Adapun langkah-langkah yang perlu dilakukan untuk melakukan analisis dan uji regresi linier sederhana adalah sebagai berikut :

1. Menentukan tujuan dari Analisis Regresi Linear Sederhana
2. Mengidentifikasi variabel *predictor* dan variabel *response*
3. Melakukan pengumpulan data dalam bentuk tabel
4. Menghitung X^2, XY dan total dari masing-masingnya
5. Menghitung a dan b menggunakan rumus yang telah ditentukan
6. Membuat model Persamaan Garis Regresi
7. Melakukan prediksi terhadap variabel *predictor* atau *response*
8. Uji signifikansi menggunakan Uji-t dan menentukan Taraf Signifikan

Untuk memberikan pemahaman yang lebih jelas mengenai regresi linier sederhana, dalam kegiatan belajar ini diberikan suatu contoh kasus, yaitu :

Suatu data penelitian tentang berat badan 10 mahasiswa yang diprediksi dipengaruhi oleh konsumsi jumlah kalori/hari. Bagaimana menganalisis kasus ini ?

Untuk menganalisis kasus ini, hal-hal dilakukan adalah :

1. Tujuan : apakah konsumsi jumlah kalori/hari mempengaruhi berat badan mahasiswa.
2. Variabel : X (variable bebas/*predictor*) = jumlah kalori/hari
   Y (variable tak bebas/*response*) = berat badan

Data :

No.	Nama Mahasiswa	Kalori/ hari (X)	Berat Badan (Y)
1	Dian	530	89
2	Echa	300	48
3	Winda	358	56
4	Kelo	510	72
5	Intan	302	54
6	Putu	300	42
7	Aditya	387	60
8	Anita	527	85
9	Sefia	415	63
10	Rosa	512	74

Tabel bantu yang dibuat untuk memudahkan dalam melakukan perhitungan :

No.	X	X^2	Y	Y^2	XY
1	530	280900	89	7921	47170
2	300	90000	48	2304	14400
3	358	128164	56	3136	20048
4	510	260100	72	5184	36720

5	302	91204	54	2916	16308
6	300	90000	42	1764	12600
7	387	149769	60	3600	23220
8	527	277729	85	7225	44795
9	415	172225	63	3969	26145
10	512	262144	74	5476	37888
Σ	4141	1802235	643	43495	279294

Koefisien regresi *b* ditentukan dengan menggunakan rumus yang telah diberikan, yaitu :

$$b = \frac{n\ (\sum X_i\,Y_i) - (\sum X_i)\,(\sum Y_i)}{n\sum X_i^{\,2}\ -\ (\sum X_i)^2}$$

$$= \frac{10(279294) - (4141)(643)}{10(1802235) - (4141)^2} = \frac{130227}{874469} \cong 0{,}14892 \approx 0{,}149$$

Konstanta *a* ditentukan ditentukan menggunakan rumus :

$$a = \frac{(\sum Y_i)\,(\sum X_i^{\,2}) - (\sum X_i)\,(\sum X_i\,Y_i)}{n\ \sum X_i^{\,2} - (\sum X_i)^2}$$

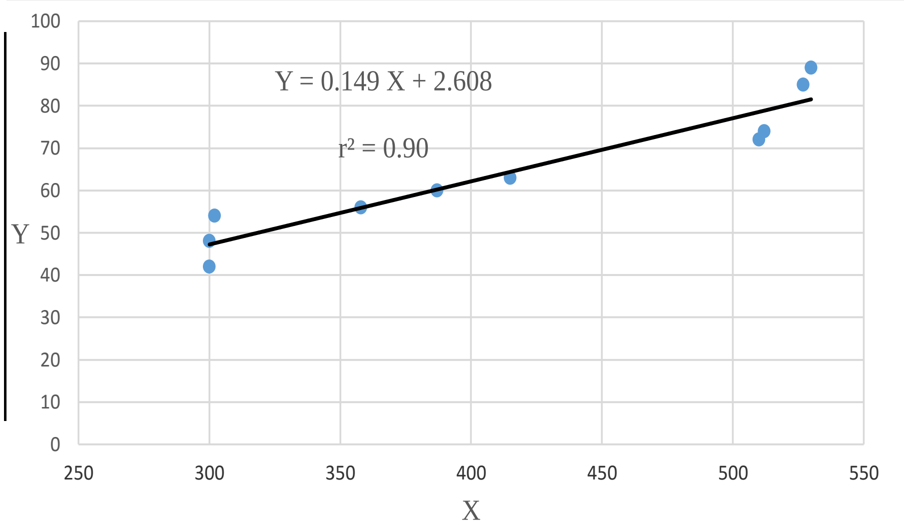
$$= \frac{(643)(1802235) - (4141)(279294)}{10(1802235) - (4141)^2} = \frac{2280651}{874469} \cong 2{,}608$$

Konstanta *a* juga dapat dicari dari nilai rata-rata X dan Y, yaitu :

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} = 64{,}3 - 0{,}149(414{,}1) \cong 2{,}608$$

Sehingga model persamaan regresi linier sederhananya adalah : $Y = 2{,}608 + 0{,}149\ X$

Penggambaran data dan garis regresi yang dihasilkan disajikan pada Gambar 2.



Gambar 1. Garis regresi hubungan X dengan Y

Koefisien Korelasi (r)

Untuk mengukur kekuatan hubungan antar variable *predictor* X dan *response* Y, dilakukan analisis korelasi yang hasilnya dinyatakan oleh suatu bilangan yang dikenal dengan koefisien korelasi. Biasanya analisis regresi sering dilakukan bersama-sama dengan analisis korelasi. Persamaan koefisien korelasi (r) diekspresikan oleh :

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} XiYi - \left(\sum_{i=1}^{n} Xi\right)\left(\sum_{i=1}^{n} Yi\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} Xi\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} Yi\right)^2\right]}}$$

Dalam hal contoh kasus di atas, maka koefisien korelasinya adalah :

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2\right]}}$$

$$= \frac{10(279294) - (4141)(643)}{\sqrt{\left[10(1802235) - (4141)^2\right]\left[10(43495) - (643)^2\right]}}$$

$$= \frac{130277}{137120,2318} = 0,95$$

Nilai ini memberi arti bahwa, hubungan variable bebas/*predictor* X dengan variabel terikat/ *response* Y adalah sangat kuat, prosentasenya 95%. Jadi, berat badan memang sangat dipengaruhi oleh konsumsi jumlah kalori/hari.

Koefisien Determinasi (r^2)

Koefisien determinasi dapat ditentukan dengan mengkuadratkan koefisien korelasi. Dari contoh kasus di atas, maka koefisien determinasinya adalah $r^2 = 0,90$. Nilai ini berarti bahwa, 90% variabel bebas/ *predictor* X dapat menerangkan/ menjelaskan variabel tak bebas/ *response* Y dan 10% dijelaskan oleh variabel lainnya.

Uji Signifikansi dan Hipotesis

Pengujian hipotesis dimaksudkan untuk melihat apakah suatu hipotesis yang diajukan ditolak atau dapat diterima. Hipotesis merupakan asumsi atau pernyataan yang mungkin benar atau salah mengenai suatu populasi. Dengan mengamati seluruh populasi, maka suatu hipotesis akan dapat diketahui apakah suatu penelitian itu benar atau salah. Untuk keperluan praktis, pengambilan sampel secara acak dari populasi akan sangat membantu. Dalam pengujian hipotesis terdapat asumsi/ pernyataan istilah hipotesis nol. Hipotesis nol merupakan hipotesis yang akan diuji, dinyatakan oleh H_0 dan penolakan H_0 dimaknai dengan penerimaan hipotesis lainnya yang dinyatakan oleh H_1.

Jika telah ditentukan Koefisien Determinasi (r^2), maka selanjutnya dilakukan uji signifikan hipotesis yang diajukan. Uji ini dapat menggunakan Uji-t ; Uji-F ; Uji-z atau Uji Chi Kuadrat. Dengan uji signifikansi ini dapat diketahui apakah variable bebas/ *predictor*/ *independent* (X) berpengaruh secara signifikan terhadap variable tak bebas/ *response*/ *dependent* (Y). Arti dari signifikan adalah bahwa pengaruh antar varible berlaku bagi seluruh populasi. Dalam modul ini hanya dibahas uji signifikansi menggunakan uji-t.

Uji-t

Langkah-langkah yang perlu dilakukan dalam uji-t pada regresi linier adalah :

1. Menentukan Hipotesis

   $H_0 : \beta = 0$; variabel X tidak berpengaruh signifikan/nyata terhadap Y

   $H_1 : \beta \neq 0$; variabel X berpengaruh signifikan/nyata terhadap Y

2. Menentukan tingkat signifikansi (α)

   Tingkat signifikansi, α yang sering digunakan adalah $\alpha = 5\%$ ($\alpha = 0{,}05$)

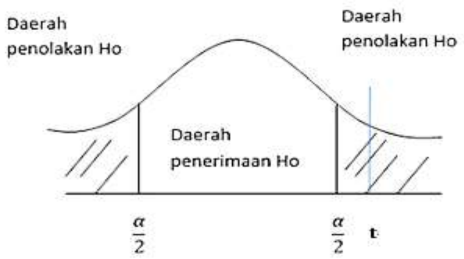
3. Menghitung nilai t hitung menggunakan rumus : $t_{hit} = \dfrac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$

4. Menentukan daerah penolakan H_0 (daerah kritis)

   Bentuk pengujian dua arah, sehingga menggunakan uji-t dua arah :

   H_0 akan ditolak jika $t_{hit} > t_{tab}$ atau $-(t_{hit}) < -(t_{tab})$, berarti H_1 diterima.

   H_0 akan diterima jika $-(t_{hit}) < t_{tab} < t_{hit}$, berarti H_1 ditolak.



5. Menentukan t table (mempergunakan table Uji-t, lihat Lampiran !)

   Tabel Uji-t untuk α = 5 % dan derajat kebebasan (df) = n – k; (n= jumlah sampel/ pengukuran, k adalah jumlah variabel (variabel bebas + variabel terikat).

6. Kriteria Pengujian nilai t hitung dan t tabel

   Bila nilai $t_{hit} < t_{tab}$, maka H_0 diterima, H_1 ditolak

   Bila nilai $t_{hit} > t_{tab}$, maka H_0 ditolak, H_1 diterima

7. Kesimpulan hasil uji signifikansi.

Contoh penerapan Uji-t, kembali digunakan contoh kasus yang telah dibahas sebelumnya. Dari contoh kasus di atas diketahui Koefisien Determinasi (r^2) = 0,90

Koefisien Korelasi (r) = 0,95

Jumlah data n = 10

Hipotesis yang diasumsikan/ diajukan :

$H_0 : \beta = 0$; variabel X tidak berpengaruh signifikan terhadap Y

$H_1 : \beta \neq 0$; variable X berpengaruh signifikan terhadap Y

Tingkat signifikansi (α) = 5%

Nilai t hitung, $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0{,}95\sqrt{10-2}}{\sqrt{1-0{,}90}}$ = 8,497; Berarti t_{hit} = 8,497

Derajat kebebasan, df = n – k = 10 – 2 = 8

Dengan menggunakan tabel Uji - t untuk taraf signifikan α = 5% = 0,05 dan df = 8, maka diperoleh nilai t pada table, yaitu : t_{tab} = 2,306

Membandingkan t_{hit} dengan t_{tab} :

$t_{hit} > t_{tab}$ ➔ 8,497 > 2,306

Kesimpulan : Nilai $t_{hit} > t_{tab}$, sehingga dikatakan bahwa, ada pengaruh nyata (signifikan) variable *predictor* X terhadap variable *response* Y dengan taraf signifikan 5%.

Soal latihan :

1. Dalam suatu praktikum di Laboratorium Biofisika diperoleh pengukuran 2 variabel, yaitu variabel X dan Y seperti disajikan pada tabel di bawah ini.

No.	Variabel X	Variabel Y
1	60	300
2	90	490
3	30	180
4	80	420
5	70	390
6	50	250
7	80	410
8	100	520

Pertanyaan :

a. Tentukanlah persamaan regresi dan koefisien determinasinya. Berikan interpretasi.

b. Uji regresi yang dihasilkan dengan Uji-t.

2. Data hasil pengukuran Densitas rata-rata autoradiogram yang merepresentasikan akumulasi fosfor pada ketinggian daun tanaman bayam adalah :

No.	Tinggi Daun (cm)	Densitas rata-rata
1	5,7	2,260
2	8,7	2,172
3	10,8	2,128
4	11,7	2,092
5	12,4	2,070
6	12,8	2,046
7	13,0	2,028
8	13,1	2,010

Pertanyaan :

a. Tentukanlah persamaan regresi dan plot data table tersebut pada grafik.

b. Tentukanlah Koefisien Determinasi

c. Tentukanlah hipotesis yang sesuai dan lakukan uji signifikansi dengan uji-t

d. Berikan interpretasi untuk pertanyaan a, b dan c

Hasil model persamaan regresi dapat dipergunakan sebagai pedoman untuk memprediksi hubungan antar variabel diluar data yang dijadikan sampel dalam suatu populasi. Uji regresi linier sederhana seperti uji signifikan dengan uji-t sangat membantu untuk mengetahui pengaruh secara kualitas dan kuantitas satu variabel bebas terhadap variable tak bebas.

Regresi Linier Berganda

Regresi linier berganda merupakan model persamaan yang menjelaskan hubungan satu variabel tak bebas/ *response* (Y) dengan dua atau lebih variabel bebas/ *predictor* (X1, X2,…Xn). Tujuan dari uji regresi linier berganda adalah untuk memprediksi nilai variable tak bebas/ *response* (Y) apabila nilai-nilai variabel bebasnya/ *predictor* (X_1, X_2,..., X_n) diketahui. Disamping itu juga untuk dapat mengetahui bagaimanakah arah hubungan variabel tak bebas dengan variabel - variabel bebasnya.

Persamaan regresi linier berganda secara matematik diekspresikan oleh :

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + bn\, Xn$$

yang mana :

Y = variable tak bebas (nilai variabel yang akan diprediksi)

a = konstanta

$b_1, b_2, \dots, b_n$ = nilai koefisien regresi

$X_1, X_2, \dots, X_n$ = variable bebas

Bila terdapat 2 variable bebas, yaitu X_1 dan X_2, maka bentuk persamaan regresinya adalah :

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2$$

Keadaan-keadaan bila koefisien-koefisien regresi, yaitu b_1 dan b_2 mempunyai nilai :

- Nilai=0. Dalam hal ini variabel Y tidak dipengaruh oleh X_1 dan X_2

- Nilainya negative. Disini terjadi hubungan dengan arah terbalik antara variabel tak bebas Y dengan variabel-variabel X_1 dan X_2
- Nilainya positif. Disni terjadi hubungan yang searah antara variabel tak bebas Y dengan variabel bebas X_1 dan X_2

Koefisien-koefisien regresi b_1 dan b_2 serta konstanta a dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

$$a = \frac{(\sum Y) - (b_1 \times \sum x_1) - (b_2 \times \sum x_2)}{n}$$

$$b_1 = \frac{[(\sum x_2{}^2 \times \sum x_1 y) - (\sum x_2 y \times \sum x_1 x_2)]}{[(\sum x_1{}^2 \times \sum x_2{}^2) - (\sum x_1 \times x_2)^2]}$$

$$b_2 = \frac{[(\sum x_1{}^2 \times \sum x_2 y) - (\sum x_1 y \times \sum x_1 x_2)]}{[(\sum x_1{}^2 \times \sum x_2{}^2) - (\sum x_1 \times x_2)^2]}$$

yang mana :

$$\sum x_1^2 = \sum X_1^2 - \frac{\left(\sum X_1\right)^2}{n}$$

$$\sum x_2^2 = \sum X_2^2 - \frac{\left(\sum X_2\right)^2}{n}$$

$$\sum y^2 = \sum Y^2 - \frac{\left(\sum Y\right)^2}{n}$$

$$\sum x_1 y = \sum X_1 Y - \frac{\sum X_1 \sum Y}{n}$$

$$\sum x_2 y = \sum X_2 Y - \frac{\sum X_2 \sum Y}{n}$$

$$\sum x_1 x_2 = \sum X_1 X_2 - \frac{\sum X_1 \sum X_2}{n}$$

Metode alternatif, yaitu metode matriks (metode kuadrat terkecil) dapat digunakan untuk menentukan nilai *a*, b_1 dan b_2. Metode ini dilakukan dengan cara membuat dan menyusun suatu persamaan sebagi berikut :

$$\begin{aligned}
an \quad &+ b_1\sum X_1 \quad + b_2\sum X_2 \quad = \sum Y \\
a\sum X_1 &+ b_1\sum X_1^{\,2} \quad + b_2\sum X_1 X_2 = \sum X_1 Y \\
a\sum X_2 &+ b_1\sum X_2 X_1 + b_2\sum X_2^{\,2} \quad = \sum X_2 Y
\end{aligned}$$

Matriks dengan 3 persamaan dan 3 variabel :

$$\begin{aligned}
m_{11}a + m_{12}b_1 + m_{13}b_2 &= h_1 \\
m_{21}a + m_{22}b_1 + m_{23}b_2 &= h_2 \\
m_{31}a + m_{32}b_1 + m_{33}b_2 &= h_3
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix}$$

$$a = \frac{\det M_1}{\det M}$$

$$b_1 = \frac{\det M_2}{\det M}$$

$$b_2 = \frac{\det M_3}{\det M}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} h_1 & m_{12} & m_{13} \\ h_2 & m_{22} & m_{23} \\ h_3 & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} m_{11} & h_1 & m_{13} \\ m_{21} & h_2 & m_{23} \\ m_{31} & h_3 & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & h_1 \\ m_{21} & m_{22} & h_2 \\ m_{31} & m_{32} & h_3 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

Contoh :

$$\left.\begin{aligned} 2a + b_1 + 4b_2 &= 16 \\ 3a + 2b_1 + b_2 &= 10 \\ a + 3b_1 + 3b_2 &= 16 \end{aligned}\right\}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 10 \\ 16 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 16 & 1 & 4 \\ 10 & 2 & 1 \\ 16 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 2 & 16 & 4 \\ 3 & 10 & 1 \\ 1 & 16 & 3 \end{bmatrix}$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 16 \\ 3 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 16 \end{bmatrix}$$

Nilai a, b_1 dan b_2 diperoleh dari determinan, yaitu :

$$a = \frac{\det M_1}{\det M} = \frac{26}{26} = 1$$

$$b_1 = \frac{\det M_2}{\det M} = \frac{52}{26} = 2$$

$$b_2 = \frac{\det M_3}{\det M} = \frac{78}{26} = 3$$

Koefisien Determinasi (r^2)

- Untuk mengetahui prosentase pengaruh variable-variable X_1 dan X_2 terhadap variable Y digunakan koefisien determinasi
- Besarnya r^2 dihitung dengan rumus :

$$r^2 = \frac{(b_1 \sum x_1 y) + (b_2 \sum x_2 y)}{\sum y^2}$$

- Apabila r^2 bernilai 0 , maka dalam model persamaan regresi yang terbentuk, variasi variable tak bebas Y tidak sedikitpun dapat dijelaskan oleh variasi variable-variable bebas X_1 dan X_2
- Apabila r^2 bernilai 1, maka dalam model persamaan regresi yang terbentuk, variable tak bebas Y secara **sempurna** dapat dijelaskan oleh variasi variable-variable bebas X_1 dan X_2.

Koefisien Korelasi Ganda (r)

- Untuk mengetahui seberapa besar korelasi secara serentak/ simultan antara variable-variable X_1, X_2, ..., X_n dengan variabel Y dapat digunakan koefisien korelasi ganda.
- Besarnya nilai koefisien korelasi ganda dapat dihitung dengan rumus :

$$r = \sqrt{r^2} = \sqrt{\frac{(b_1 \sum x_1 y) + (b_2 \sum x_2 y)}{\sum y^2}}$$

- Nilai r : $-1 \leq r \leq +1$.

  Apabila nilai r mendekati nilai +1 atau – 1, maka dapat dikatakan bhawa semakin kuatnya hubungan/korelasi yang terjadi. Sebaliknya, apabila nilai r mendekati 0, maka semakin lemahnya hubungan/korelasi yang terjadi.

Korelasi Parsial

Merupakan suatu korelasi yang menjelaskan korelasi antara 1 variable dengan 1 variable dan variable lainnya dianggap konstan. Terdapat 3 macam bentuk korelasi parsial, yaitu :

1) korelasi antara X_1 dengan X_2 yang mana Y dianggap konstan ($r_{12.Y}$)

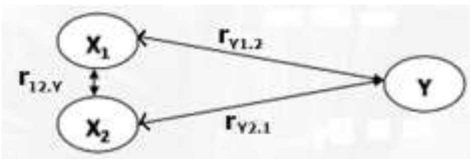
$$r_{12.Y} = \frac{r_{12} - (r_{Y1} r_{Y2})}{\sqrt{(1 - r_{Y1}^2)(1 - r_{Y2}^2)}}$$

2) korelasi antara Y dengan X_1 yang mana X_2 dianggap konstan ($r_{Y1.2}$)

$$r_{Y1.2} = \frac{r_{Y1} - (r_{Y2} r_{12})}{\sqrt{(1 - r_{Y2}^2)(1 - r_{12}^2)}}$$

3) korelasi antara Y dengan X_2 yang mana X_1 dianggap konstan ($r_{Y2.1}$)

$$r_{Y2.1} = \frac{r_{Y2} - (r_{Y1} r_{12})}{\sqrt{(1 - r_{Y1}^2)(1 - r_{12}^2)}}$$



yang mana

$$r_{Y1} = \frac{n \times \sum X_1 Y - (\sum Y \times \sum X_1)}{\sqrt{[(n \times \sum Y^2) - (\sum Y^2)] \times [(n \times \sum {X_1}^2) - (\sum X_1)^2]}}$$

$$r_{Y2} = \frac{n \times \sum X_2 Y - (\sum Y \times \sum X_2)}{\sqrt{[(n \times \sum Y^2) - (\sum Y^2)] \times [(n \times \sum {X_2}^2) - (\sum X_2)^2]}}$$

$$r_{12} = \frac{n \times \sum X_1 X_2 - (\sum X_1 \times \sum X_2)}{\sqrt{[(n \times \sum {X_1}^2) - (\sum {X_1}^2)] \times [(n \times \sum {X_2}^2) - (\sum X_2)^2]}}$$

Kesalahan Baku Estimasi (*Standart Error Estimate*)

Kesalahan baku estimasi digunakan untuk melihat apakah persamaan regresi yang terbentuk tepat/ kurang tepat dipakai untuk mengestimasi/ memprediksi variabel *response* Y. Jika kesalahan bakunya besar, maka persamaan regresi yang dibentuk kurang tepat dipakai untuk mengestimasi. Hal ini disebabkan karena selisih nilai antara variable *response* Y estimasi dengan Y kenyataan akan besar. Secara matematik kesalahan baku estimasi diekspresikan oleh :

$$S_e(S_{yx}) = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - (a \sum Y) - (b_1 \sum X_1 Y) - (b_2 \sum X_2 Y)}{N - 3}}$$

Pengujian Hipotesis

Pengujian hipotesis dimaksudkan untuk melihat apakah suatu hipotesis yang diajukan ditolak atau dapat diterima Hipotesis merupakan asumsi atau pernyataan yang mungkin benar atau salah mengenai suatu populasi. Dengan mengamati seluruh populasi, maka suatu hipotesis akan dapat diketahui apakah suatu penelitian itu benar atau salah.

Untuk keperluan praktis, pengambilan sampel secara acak dari populasi akan sangat membantu. Dalam pengujian hipotesis terdapat asumsi/ pernyataan istilah hipotesis nol. Hipotesis nol merupakan hipotesis yang akan diuji, dinyatakan oleh H_0 dan penolakan H_0 dimaknai dengan penerimaan hipotesis lainnya/ hipotesis alternatif yang dinyatakan oleh H_1.

Jika telah ditentukan Koefisien Determinasi (r^2), maka selanjutnya dilakukan uji signifikan hipotesis yang diajukan. Uji ini dapat menggunakan Uji-t ; Uji-F ; Uji-z atau Uji Chi Kuadrat. Dengan uji signifikansi ini dapat diketahui apakah variable bebas/ *predictor*/ *independent* (X) berpengaruh secara signifikan terhadap variable tak bebas/ *response*/ *dependent* (Y). Arti dari signifikan adalah bahwa pengaruh antar varible berlaku bagi seluruh populasi. Dalam modul ini hanya dibahas uji signifikansi menggunakan Uji-F.

Uji - F

Penggunaan Uji-F bertujuan mengetahui apakah variabel-variabel bebas (X_1 dan X_2) secara signifikan bersama-sama berpengaruh terhadap variable tak bebas Y.

Tahapan yang dilakukan dalam Uji - F adalah:

1. Menentukan Hipotesis

   H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = 0$; (variable X_1 dan X_2 tidak berpengaruh terhadap Y)

   H_1 : $\beta_1 \neq \beta_2 \neq 0$; (variabel X_1 dan X_2 berpengaruh terhadap Y)

2. Menentukan Taraf/tingkat Signifikansi (α)

   Nilai yang sering digunakan untuk adalah α = 5%

3. Menentukan F hitung

   Rumus F hitung : $F_{hit} = \frac{r^2/k}{(1-r^2)/(n-k-1)} = \frac{r^2(n-k-1)}{k(1-r^2)}$

4. Menentukan F table (mempergunakan table Uji-F)

   Tabel Uji-F untuk α = 5% dengan derajat kebebasan pembilang (*Numerator*, df) = k - 1; dan untuk penyebut (*Denominator,* df) = n – k. n= jumlah sample/ pengukuran, k= jumlah variable bebas dan terikat).

5. Kriteria Pengujian nilai F_{hit} dan t_{tab}

   Apabila nilai $F_{hit} < F_{tab}$, maka hipotesis H_1 ditolak dan H_0 diterima.

   Apabila nilai $F_{hit} > F_{tab}$, maka hipotesis H_1 diterima dan H_0 ditolak.

6. Kesimpulan : akan disimpulkan apakah ada/ tidak pengaruh variable-variable bebas (X_1 dan X_2) terhadap variable tak bebas (Y).

Uji Koefisien Regresi Parsial (Uji-t)

Pengujian koefisien regresi secara parsial bertujuan mengetahui apakah persamaan model regresi yang terbentuk secara parsial variable-variable bebasnya (X_1 dan X_2) berpengaruh signifikan terhadap variable tak bebas (Y).

Tahapan dalam melakukan Uji-t sama dengan pada regresi linear sederhana. (Lihat Modul Regresi Linier Sederhana)

Soal latihan :

Diberikan data tentang IQ dan tingkat kehadiran sepuluh siswa di kelas yang diperkirakan mempengaruhi nilai UAS.

Siswa	**IQ (X_2)**	**Tingkat kehadiran (%) (X_1)**	**Nilai UAS (Y)**
1	110	60	65
2	120	70	70
3	115	75	75
4	130	80	75
5	110	80	80
6	120	90	80
7	120	95	85
8	125	95	95
9	110	100	90
10	120	100	98

Pertanyaan :

1. Buatlah persamaan regresi linier berganda !
2. Variabel yang mana memberikan pengaruh lebih besar terhadap nilai UAS ? Jelaskan mengapa demikian ?
3. Berapa koefisien determinasinya? Interpretasi hasil ini !
4. Lakukan Uji-F

Jawaban :

1. Persamaan regresi : $\mathbf{Y = 25.047 + 0.6705X_1 – 0.00343X_2}$

2. Dilihat dari persamaan regresi, nilai b_1 lebih besar dibandingkan dengan nilai b_2. Nilai b_1 menandakan kemiringan X_1 (kehadiran dikelas) dan b_2 menandakan kemiringan X_2 (IQ). Dalam hal ini dapat disimpulkan bahwa presentase kehadiran dikelas lebih berpengaruh daripada IQ.
3. Koefisien Determinasi : $r^2 = (0.6935)^2 = 0.4809 = 48.09\%$

   Nilai akhir (Y) yang dapat dijelaskan oleh tingkat kehadiran (X_1) dan IQ (X_2) pada persamaan regresi $Y = 25.047 + 0.6705X_1 – 0.00343X_2$ adalah 48.09%. Sisanya, sebesar 51.91% dijelaskan oleh faktor lain diluar variable-variabel pada persamaan regresi $Y = 25.047 + 0.6705X_1 – 0.00343X_2$.

Contoh pembacaan dan penjelasan mengenai :

R^2 , Uji-F, Uji-t parsial dan Persamaan regresi berganda dari hasil pengolahan data *software* statistik.

Model Summary[b]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Change Statistics					Durbin-Watson
					R Square Change	F Change	df1	df2	Sig. F Change	
1	,729[a]	,532	,477	7,4206	,532	9,658	2	17	,002	1,655

a. Predictors: (Constant), Nilai Bahasa, Nilai Matematika
b. Dependent Variable: Nilai Fisika

Dari tabel terlihat, r atau R = 0,729 dan R^2 = 0,532. Hal ini berarti bahwa 53,2% varians variabel tak bebas mampu dijelaskan oleh variabel bebas. Juga dapat dikatakan bahwa 46,8% variable bebas belum mampu menjelaskan varians variabel tak bebas.

<u>Anova (Uji-F; uji simultan) :</u>

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	1063,689	2	531,845	9,658	,002[a]
	Residual	936,111	17	55,065		
	Total	1999,800	19			

a. Predictors: (Constant), Nilai Bahasa, Nilai Matematika
b. Dependent Variable: Nilai Fisika

Nilai F-hitung adalah 9,658 dengan taraf signifikan 0,002. Nilai signifikan ini lebih kecil dari 0,05 yang mengandung arti bahwa, secara serempak variable bebas berpengaruh signifikan terhadap variable tak bebas untuk taraf signifikan 5 %.

<u>Uji - t Parsial</u>

Uji-t parsial digunakan untuk mengetahui pengaruh variable-variable bebas terhadap variabel tak bebasnya secara parsial.

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95,0% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	66,051	28,026		2,357	,031	6,921	125,180
	Nilai Matematika	,823	,203	,675	4,053	,001	,395	1,252
	Nilai Bahasa	-,664	,326	-,339	-2,037	,058	-1,351	,024

a. Dependent Variable: Nilai Fisika

Berdasarkan hasil yang terdapat dalam table di atas, maka dapat dibentuk suatu persamaan regresi linear berganda, yaitu :

$$\mathbf{Y = 66{,}051 + 0{,}823X_1 - 0{,}664X_2}$$

yang mana :

Y = hasil pelajaran fisika

X_1 = nilai matematika

X_2 = nilai bahasa

Uji regresi linier berganda sangat membantu untuk mengetahui pengaruh secara serempak (simultan) baik kualitas maupun kuantitas dari variable-variabel bebas terhadap variable tak bebas. Hasil model persamaan regresi dapat dipergunakan sebagai pedoman untuk memprediksi hubungan antar variabel diluar data yang dijadikan sampel dalam suatu populasi.

V. DAFTAR PUSTAKA

M Nazir, 1983, Metode Statistika Dasar I , GramediaPustaka Utama ;Jakarta.

Sudijono, Anas. 1996. Pengantar Statistik Pendidikan. Jakarta: Rajawali

Spiegel. Murray. R. 2004. Statistika. Jakarta :Erlangga

Supranto. J. 2001. Statistika Teori dan Aplikasi Edisi Ke-6 Jilid 2. Jakarta : Erlangga

Walpole. R.,.E. 1995. Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuawan. Bandung : ITB